Тема 3. Елементарни икономически модели

1. Теория на фирмите (разходи, приходи, печалба)

Възвръщаемост R(x) е сумата, получена при продажбата на x единици от дадена стока, , т.е. е произведение от броя продадени изделия x и единичната им цена p, т.е. R(x)= xp

Общите разходите C(x) от производството на x единици от дадена стока са сума на два вида разходи - *фиксирани разходи* (разходи за сгради, наеми, оборудване и пр.) и *променливи разходи* (разходи за заплати, компенсации, материали и пр.). Фиксираните разходи се плащат дори и да няма никакво производство, докато променливите разходи зависят от броя произведени единици от стоката. Общите разходи могат да зависят твърде сложно от променливите разходи. Най-елементарния случай е когато променливите разходи са постоянни A, тогава общите разходи се дават с формулата C(x)= xp+A, където p са разходите за производство на единица продукция. Този модел се нарича линеен модел на производствени разходи.

Печалбата P(x) от производството и продажбата на x единици от дадена стока е разликата между сумата, получена при продажбата (възвръщаемост) R(x) и общите

Средни разходи $\overline{C}(x)$ за производство на всяка единица от дадена стока е частно на общите разходи и броя на произведените единици от стоката,т.е.
$\overline{C}(x)=\dfrac{C(x)}{x}$.

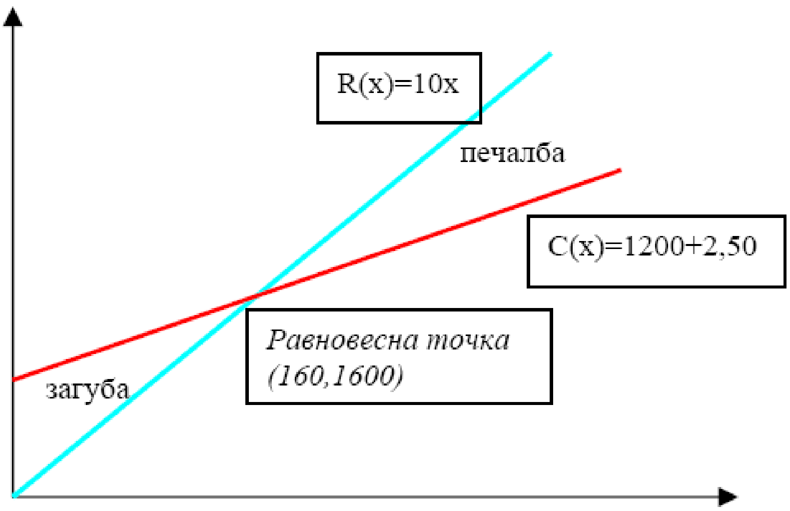
Равновесна точка на пазара- равна е на броя изделия, при които общите разходи са равни на възвращаемостта, или при които печалбата е 0.

Пример 1. 1. Производител продава продукта си по 10 лв. Седмично този производител има разходи за наем на помещения и оборудване 1200 лв. и плаща по 2,50 лв на работник за всяко произведено изделие.

- Фиксираните разходи са 1200лв., променливите разходи са 2,50x лв, общите разходите C(x)=1200+2,50x
- Средните разходи са 1200/x+2,5
- Възвръщаемостта R(x)=10x
- Печалбата P(x)= 10x – 1200- 2,50x =7,50x-1200
- Равновесната точка е: C(x)= R(x) или 1200+2,50x= 10x, т.е. x=160 изделия, т.е. при произвеждане и продажба на 160 изделия седмично, печалбата на фирмата е 0 лв. Ако производителят, без да променя условията, произвежда по-малко от 160 изделия седмично, то той ще има загуба (C(x)< R(x) и P(x)<0), ако произвежда повече от 160 изделия, то производителят ще има печалба (C(x)>R(x) и P(x)>0).

Когато тълкуваме резултатите и ги представяме графично, трябва да имаме предвид, че тези резулатати са валидни само за краен интервал на променливата x. Освен това променливата x като брой произведени изделия приема само цели неотрицателни (дискретни) стойности, т.е. реалната графика би трябвало да се

състои само от точки, през които минава някаква крива. Но ние разглеждаме математическата абстракция и се интересуваме от кривата, а не от отделните точки, т.е. графиките са част от непрекъснати криви в лявата полуравнина.
Следната графика дава представа за резулататите на пример 1.1.



Задачи:

Задача 1.1. Ако при производството на дадена стока за определен период има фиксирани разходи от 1 500 лв и променливи разходи от 22 лв, а стоката се продава за 52 лв, то

а/ колко са общите разходи на фирмата?
б/ колко е възвръщаемостта?
в/ колко е печалбата?
г/ колко са средните разходи?
д/ колко единици продукция осигуряват равновесие?

Задача 1. 2. Компания има фиксирани разходи от 15 000 лв за определен период и променливи разходи, който се дават с формулата 140+ 0,4x (лв), където x е броят произведени единици. Продажната цена на същия продукт е 300- 0,06 x (лв за единица продукция).

а/ колко са общите разходи на фирмата?
б/ колко е възвръщаемостта?
в/ Намерете обема на продажбите, който максимизира възвръщаемостта?
г/ колко е печалбата и какъв обем максимизира печалбата?
д/ колко са средните разходи?
е/ колко единици осигуряват равновесие?

Модел 1.1. (*откупуване на производствена фирма).*
Общите производствени разходи C(x) и приходите от продажбите R(x) на една фирма зависят от обема произведена и продадена продукция , т.е. C(x)=f(x) и R(x)= g(x), където x е обема произведена и продадена продукция. Когато общите производствени разходи надхвърлят приходите от продажбите, фирмата работи на

загуба. Когато общите производствени разходи са по-малко от приходите от продажбите, фирмата реализира печалба. Когато общите производствени разходи и приходите от продажбите са равни, то фирмата няма нито приходи, нито разходи. За този обем продукция а фирмата си е възвърнала вложените средства (откупила се е) и от този момент нататък започва да работи на печалба. Тази точка (а, в) , за която приходите и разходите са равни помежду си и са равни на в, се нарича точка на откупуване на фирмата. Най-простият случай е линейният модел, когатао зависимостите са линейни, т.е $C(x)=кx+A$ и $R(x)=px$, където x е обема произведена и продадена продукция, к е производствената единична цена, а p е единичната продажна цена. Този модел обаче реално съществува само за малки интервали на промяна на x, тъй като реално не е възможно нито x, нито печалбата, нито приходите и разходите само да растат. В общия случай, нелинейните модели са по-адекватни.

Модел 1.2. (*амортизационни отчисления*).

Когато фирма закупи техника, то завежда нейната първоначална стойност P в активите на фирмата като част от нейния балансов отчет. През следващите години, обаче, стойността на тази техника естествено пада , поради износване и остаряване. Това намаляване на стойността се нарича обезценяване на основното средство.

Една основна задача е да се правят всяка година постоянни отчисления от първоначалната стойност, докато първоначалната стойност се намали до стойност на бракуване B на техниката в края на нейния срок на годност T. В този случай казваме че са налице постоянни годишни амортизационни отчисления O, които се изчисляват по формулата

$$O = \frac{P - B}{T}$$

Пример 1.2. Фирма закупува машина на стойност 100 000 лв, като според производителя нейния срок на годност е 10 години, като при бракуването стойността и е 0. Колко е стойността на машината след 5 години? Половината от първоначалната й цена ли е? Защо?

Решение. Годишните амортизационни отчисления са
$O = \dfrac{P - B}{T} = \dfrac{100\ 000 - 0}{10} = 10\ 000$. Тогава след 5 години цената е
100 000-5(10000)=50 000 лв.

2. Пазарен анализ (търсене и предлагане)

Икономисти и мениджъри също се интересуват и от моделиране на равновесието на пазара, на основните закони на търсенето и предлагането.

Закон на търсенето – количеството на търсената стока расте когато цената намалява и обратно.

Математически закона на търсенето може да се запише с уравнение вида *p=D (q)*, където p е цената на стоката, а q е количеството търсена стока на пазара, D е намаляваща функция, изразяваща връзката между двете величини. Тя може да бъде линейна или нелинейна. Когато се изобразява графично, икономистите традиционно нанасят цената на вертикалната ос. Кривата изобразяваща този закон се нарича крива на търсенето.
Да разгледаме случая, когато фирмата работи при перфектни условия, т.е. има няколко малки фирми и обема на производство на всяка от тях не може да влияе на цената на стоката, която е постоянна. Тогава кривата на търсенето е хоризонтална права.
В условията на монопол, цената е променлива и монополистът контролира произвежданите количества и единичната цена. Ако фирмата може да продаде цялата си произведена продукция на единична цена p лв, то възвръщаемостта е произведение от броя продадени изделия и единичната им цена p, т.е. *R(x)= xp.*

Закон на предлагането – количеството предлагана стока на пазара ще нараства когато цената на продукта расте и обратно.
Математически закона на предлагането може да се запише с уравнение вида:
p= S(q), където p е цената на стоката, а q е количеството предлагана стока на пазара, S е растяща функция, изразяваща връзката между двете величини. Тя може да бъде линейна или нелинейна. Когато се изобразява графично, икономистите традиционно нанасят цената на вертикалната ос. Кривата изобразяваща този закон се нарича крива на предлагането.

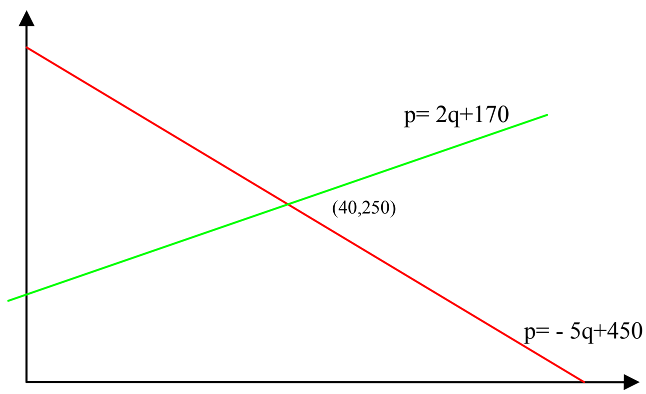
Пазарно равновесие – когато броя на търсените и броя на предлаганите стоки съвпада.

Ако кривите на търсенето и на предлагането са изобразени на една и съща координатна система, то общата им точка дава равновесието на пазара.
Ще отбележим, че при моделиране на тази ситуация на пазара, ние се абстрахирахме от редица странични фактори и предположихме, че цената зависи само от търсенето и предлагането.

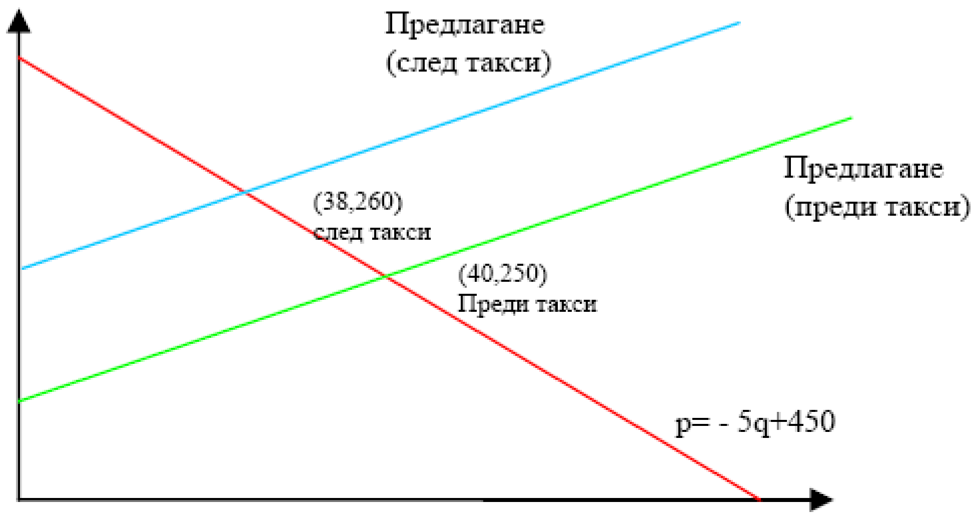
Понякога, за да се стимулира производството на една стока, или се ограничи нейното производство, държавата дава дотации, субсиди или налага допълнителни данъци, акцизи.
Ще направим предположение, че

- количеството на търсената стока зависи само от цената, т.е. закона на търсенето не се променя
- цената на предлаганата стока зависи от допълнителния данък или субсидия.

Пример 2.1. Верига от магазини за бяла техника ще купува по 50 перални месечно, ако цената е \$200 и по 30 месечно, ако цената е \$300. Производителят може да предлага по 20 перални месечно, ако цената е \$210 и по 30 перални, ако цената е \$230. Допускаме че законите на предлагането и търсенето са линейни.
А/ Уравнението на предлагането е линейно уравнение от вида $p= a\, q+в$, където $210=20a+в$, $230=30a+в$, или $p= 2q+170$
Уравнението на търсенето е от вида $p= a\, q+в$, където $200=50a+в$, $300=30a+в$, или $p= - 5q+450$
Пазарното равновесие се достига когато $- 5q+450= 2q+170$ или $q=40$ и $p=250$, т.е. на пазара има 40 перални месечно по \$250 всяка.



Нека да разгледаме ситуацията, когато се плаща данък от $14 за всяка продадена пералня. Тогава новият закон на предлагането е p= 2q+250+14, а закона на търсенето не се изменя. Новата равновесна точка на пазара се достига когато - 5q+450= 2q+170 +14 или q=38 и p=260, т.е. на пазара има 38 перални месечно по $260 всяка. (наличието на данък намалява предлаганото количество с 2 перални и увеличава цената с $10).



Да разгледаме случая, когато се отпускат субсидии, за да се стимулира производството на перални. Например, нека ни интересува въпроса, каква субсидия е необходима за всяка произведена пералня, за да може търсенето да се увеличи с 3 перални месечно. Тогава, пазарното равновесие ще бъде 43 перални месечно, вместо 40, а закона на предлагането ще бъде p+ x= 2q+250, където x лв е дотацията и пазарното равновесие ще се достига когато - 5q+450= 2q+170 - x, където q=43, или x=21, т.е. субсидията трябва да е по $21 на всяка произведена пералня.

Задачи:

Задача 2.1. Компания произвежда тениски с логото на университета и ги продава по 5 лв. Функцията на общите разходи е линейна, и общите разходи за производство на 100 тениски е 436 лв, докато общите разходи за за производство на 250 е 706лв.

а/ Напишете уравнението на възвръщаемостта.

Б/Напишете уравненето на общите разходи

в/ Колко тениски осигуряват пазарно равновесие?

Задача 2.2. Електронна компания има монополно влияние на пазара за нов продукт. Нейните средни дневни разходи са 8000/x+1000+x, където x е броя на дневно произведените и продадени единици от продукта, а дневното търсене на този продукт е x=150-p/40, където x е броя на търсените единици, а p е цената на продукта.
В краткосрочен план, мениджърът иска да знае колко единици е най-изгодно да се произвеждат дневно, за да се максимизира печалбата. Освен това, компанията очаква допълнителни данъци от 100 лв за всеки произведен продукт, така че те искат да знаят колко броя от продукта дневно ще максимизират печалбата след таксите и колко ще бъде тази печалба. За да помогнете на мениджъра, отговорете на следните въпроси

- Колко са дневните общи разходи?
- Колко е дневната възвръщаемост?
- Колко е дневната печалба?
- Колко единици, максимизират дневната печалба и колко е размера на тази печалба?
- Колко са новите общи разходи след таксите и новата печалба?
- Колко единици, максимизират новата печалба след таксите?
- Какво е влиянието на таксите върху дневната печалба на компанията?

3. Модел на Леонтиев

Работата на Василий Леонтиев (5/08/1906- *5/02/1999)* е свързана с мащабен анализ на структурата на американската икономика *1919-1929* и за разработките си в тази област той е удостоен с Нобелова награда по икономика през 1973 година.
Леонтиев разделя икономиката на САЩ на 500 сектора, и изучава взаимните връзки между тези отрасли, като дава препоръки за обема на производството, което да задоволи потребностите на пазара.
За да получим представа за този модел, ше разгледаме една хипотетична икомика, която се състои от два отрасъла- селско стопанство и промишленост. Да означим отраслите със С и П. За производството във всеки от отраслите се правят разходи
- за наеми, заплати и пр.
- за суровини и мтериали, произведени както от С така и от П.

Произведената продукция от който и да е отрасъл се използва;

- за задоволяване на собствените нужди
- за нуждите на другия отрасъл
- за пазара (вътрешен и външен)

Модел 3.1. Да разгледаме един пример на хипотетична икономика, в която има само два отрасъла: селско стопанство С и промишленост П, чийто производства и потребления, както и взаимовръзки са дадена с таблица

<u>Производство</u> разходи	С	П	Пазар	Обем на производство
С	60	64	76	200
П	100	48	12	160
Наеми и заплати	40	48	-	-
Общо	200	160	-	-

От таблицата се вижда, че обемът на производството в отрасъла С е 200 (млд. лв), за производството на които се правят разходи

- 60 (млд. лв) за материали и суровини, произведени в С
- 100 (млд. лв) за материали и суровини, произведени в П
- 40 (млд. лв) за наеми, заплати и пр.

При това произведената продукция от С се разпределя по следния начин

- 60 (млд. лв) за задоволяване нуждите на С
- 64 (млд. лв) за задоволяване нуждите на П
- 76 (млд. лв) за пазара

Нека проучване показва, че след 5 години търсенето на продукцията на С ще намалее с 5 (млд. лв), а търсенето на П ще се нарастне с 60 (млд. лв). Какъв трябва да е обемът на производство при новите условия?

Нека обемът на производството на С да бъде x, а обемът на производството на П да бъде y. От таблицата се вижда, че при производство на продукция с обем x, отрасълът С изразходва 60/200 x (млд. лв) за своята продукция и 100/200 x (млд. лв) за продукцията, произведена в П. Аналогично, при производство на продукция с обем y, отрасълът П изразходва 64/160 y (млд. лв) за своята продукция и 48/160 y (млд. лв) за продукцията, произведена в С. Производството на всеки отрасъл трябва да е организирано така, че да задоволява своите нужди, нуждите на другия отрасъл, както и нуждите на пазара. Производстведената в С продукция трябва да задоволява нуждите на С, които са 60/200 x (млд. лв), на П, които са 64/160 y (млд. лв), както и на пазара, които са 70 (млд. лв). Аналогично се отнася за отрасъла П.

Тогава можем да запишем системата уравнения

$$x = \frac{60}{200}x + \frac{64}{160}y + 70$$

$$y = \frac{100}{200}x + \frac{48}{160}y + 60$$

Матрицата $\begin{pmatrix} \frac{60}{200} & \frac{64}{160} \\ \frac{100}{200} & \frac{48}{160} \end{pmatrix}$ се нарича в икономиката производствено-разходна матрица на Леонтиев. Решението на системата дава препоръки за обема на производство, които в случая са приблизително 265,5 (млд. лв) в селското стопанство и 105,5 (млд. лв) в промишленосттта.

Ще отбележим, че реалният модел използва същите идеи, само размера на производствено-разходна матрица на Леонтиев е значително по-голям и намирането на решение не става на ръка, както при този опростен пример.

Задачи:

Задача 4.1: Разглеждаме опростена икономика, в която има 4 отрасъла- селско стопанство С, промишленост П, горива Г и електоренергия Е. Таблицата дава връзките между тези четири отрасъла за единица продукт.

Производство разходи	С	П	Г	Е
С	0,36	0,03	0,10	0,04
П	0,06	0,42	0,25	0,33
Г	0,18	0,15	0,1	0,41
Е	0,1	0,2	0,31	0,15

а/ За всеки 1000 единици от прозведена продукция, колко единици горива са необходими?

б/ Колко единици електроенергия са необходими за да се произведат 40 единици от селското стопанство?

Задача 4.2. Икономиката на малка страна има само три отрасъла- електроника, стоманодобив и автомобилостроене. Ако е необходимо да има производство от 100 единици електроника, 272 единици стомана и 2000 автомобила, то какъв трябва да е обема на производство на всеки отрасъл? Използвайте следната производствено-разходна матрица на Леонтиев

$$\begin{array}{cccc} & E & S & A \\ A = & \left[\begin{array}{c} 0{,}6 \\ 0{,}1 \\ 0{,}1 \end{array}\right. & \begin{array}{c} 0{,}2 \\ 0{,}4 \\ 0{,}2 \end{array} & \left.\begin{array}{c} 0{,}2 \\ 0{,}5 \\ 0{,}2 \end{array}\right] \end{array}$$